

12. November 2007

Anmerkungen zur EN ISO 13786

von

Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Klaus Kreč
Büro für Bauphysik
A-3562 Schönberg am Kamp Veltlinerstraße 9
Österreich
Tel. +43-2733-8780-2 Fax +43-2733-8780-4
email: dr.krec@aon.at

A3. Anmerkungen zur EN ISO 13786

In diesem Anhang werden Inhalte der Norm ÖNorm EN ISO 13786 [1] analysiert und diskutiert. Hier bei wird generell auf die derzeit gültige Ausgabe vom 1. 8. 2000 Bezug genommen. Eine Besonderheit dieser Ausgabe ist, dass die Formeln zur Definition und zur Berechnung der wirksamen Wärmespeicherkapazitäten in der österreichischen Fassung dieser Norm durch ein nationales Vorwort umformuliert werden. Auf die Untersuchung der Hintergründe und Notwendigkeiten für diese Maßnahme wird hier besonderes Gewicht gelegt.

In der EN ISO 13786 wird in Gleichung (5) die wirksame Wärmekapazität wie folgt definiert:

$$C_m = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot \mathfrak{I}\left(\frac{1}{\tilde{L}_{m,m}}\right)} \quad . \quad (A3.1)$$

Die entsprechende flächenbezogene Definitionsgleichung – Gleichung (7) – lautet

$$\chi_m = \frac{C_m}{A} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot \mathfrak{I}\left(\frac{1}{\tilde{Y}_{m,m}}\right)} \quad . \quad (A3.2)$$

Für den Fall eindimensionaler Wärmeleitung können die in (A3.2) auftretenden flächenbezogenen harmonischen thermischen Leitwerte gemäß Gleichung (A2.4) durch die Elemente der Kettenmatrix ersetzt werden:

$$\tilde{Y}_{1,1} = \frac{\tilde{Z}_{1,1}}{\tilde{Z}_{1,2}} \quad \text{und} \quad \tilde{Y}_{2,2} = \frac{\tilde{Z}_{2,2}}{\tilde{Z}_{1,2}} \quad . \quad (A3.3)$$

Anmerkung: Die entsprechenden Definitionsgleichungen im Abschnitt 7 der EN ISO 13786, Gleichung (18), lauten

$$\tilde{Y}_{1,1} = \frac{\tilde{Z}_{1,1} - 1}{\tilde{Z}_{1,2}} \quad \text{und} \quad \tilde{Y}_{2,2} = \frac{\tilde{Z}_{2,2} - 1}{\tilde{Z}_{1,2}} \quad (A3.4)$$

und stehen im Widerspruch zu den Definitionsgleichungen (5) und (7)!

Werden die Elemente der Kettenmatrix gemäß Ansatz (A3.3) in Gleichung (A3.2) eingesetzt, so ergibt sich als Vorschrift für die Berechnung der wirksamen Wärmekapazität auf Seite 1 des betrachteten homogen geschichteten, plattenförmigen Bauteils

$$C_1 = \frac{A \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{[\Re(\tilde{Z}_{1,1})]^2 + [\Im(\tilde{Z}_{1,1})]^2}{\Re(\tilde{Z}_{1,1}) \cdot \Im(\tilde{Z}_{1,2}) - \Re(\tilde{Z}_{1,2}) \cdot \Im(\tilde{Z}_{1,1})} \quad (A3.5)$$

Die wirksame Wärmekapazität auf der anderen Seite 2 des plattenförmigen Bauteils ergibt sich aus Gleichung (A3.5) indem $\tilde{Z}_{1,1}$ durch $\tilde{Z}_{2,2}$ ersetzt wird. Im Fall der homogenen Schicht ist die wirksame Wärmekapazität bei verschwindenden Wärmeübergangswiderständen für beide Seiten der Schicht identisch.

Gleichung (A3.5) steht im Widerspruch zur Berechnungsvorschrift nach Gleichung (21) der derzeit gültigen EN ISO 13786. Die Norm EN ISO 13786 erweist sich somit als in sich widersprüchlich!

Der Berechnungsansatz nach Gleichung (A3.5), der in einer früheren Version der EN ISO 13786 angeführt war, hat die Eigenschaft, dass die wirksame Wärmekapazität bei gegen null strebender Wärmespeicherfähigkeit gegen unendlich strebt.

Anmerkung: Dieser Umstand war – nachdem ein entsprechender Einspruch des ON nicht zum Ziel führte – der Grund für die Einführung des nationalen Vorworts der österreichischen Version dieser Norm.

Da sich die Definitionsgleichung für die wirksame Wärmekapazität gemäß Gleichung (5) und (7) der EN ISO 13786 bzw. Gleichung (A3.1) und (A3.2) dieses Anhangs als unbrauchbar erweist, wird im Folgenden die Berechnungsvorschrift der EN ISO 13786, die mit der ursprünglichen Definition nicht verträglich ist, näher untersucht. Der Berechnungsansatz gemäß Gleichung (21) der EN ISO 13786 für die flächenbezogene, wirksame Wärmekapazität der Seite 1 lautet:

$$C_1 = \frac{A \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{[\Re(\tilde{Z}_{1,1}) - 1]^2 + [\Im(\tilde{Z}_{1,1})]^2}{[\Re(\tilde{Z}_{1,1}) - 1] \cdot \Im(\tilde{Z}_{1,2}) - \Re(\tilde{Z}_{1,2}) \cdot \Im(\tilde{Z}_{1,1})} \quad (A3.6)$$

Mit diesem Ansatz ist sicher gestellt, dass bei verschwindender Wärmespeicherfähigkeit auch die wirksame Wärmekapazität gegen null strebt. Eine Analyse der in der EN ISO 13786, Gleichung (21) angegebenen Berechnungsvorschrift zeigt, dass diese richtig ist, wenn

$$\chi_1 = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot \Im\left(\frac{1}{\tilde{Y}_{1,1}} + \frac{1}{\tilde{Y}_{1,2}}\right)} \quad (A3.7)$$

als Definitionsgleichung für die flächenbezogene wirksame Wärmekapazität heran gezogen wird.

Im hier interessierenden Fall der homogenen Schicht sind die Elemente der Kettenmatrix gemäß Gleichung (A2.6) in der Form

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{1,1} &= \cosh(\xi) \cdot \cos(\xi) + j \cdot \sinh(\xi) \cdot \sin(\xi) \\ \tilde{Z}_{1,2} &= -\frac{\delta}{2 \cdot \lambda} \cdot \left\{ \sinh(\xi) \cdot \cos(\xi) + \cosh(\xi) \cdot \sin(\xi) + j \cdot [\cosh(\xi) \cdot \sin(\xi) - \sinh(\xi) \cdot \cos(\xi)] \right\} \end{aligned} \quad (A3.8)$$

in Gleichung (A3.6) einzusetzen. Für die flächenbezogene wirksame Wärmekapazität einer homogenen Schicht ergibt sich daraus (für beide Seiten gleich)

$$\chi_{\text{EN}} = \frac{\lambda \cdot T}{\pi \cdot d} \cdot \xi \cdot \frac{\cosh(\xi) - \cos(\xi)}{\sinh(\xi) + \sin(\xi)} \quad (\text{A3.9})$$

Dieses Ergebnis wird im Folgenden mit jenem Ergebnis verglichen, das sich nach dem Ansatz des österreichischen Vorworts der EN ISO 13786 ergibt:

$$\chi_{\text{ö}} = \frac{\lambda \cdot T}{\pi \cdot d} \cdot \xi \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\cosh(\xi) - \cos(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)}} \quad (\text{A3.10})$$

- siehe Gleichung (A2.11) des Anhangs A2.

Ein Vergleich der Gleichungen (A3.9) und (A3.10) legt es nahe, den Quotienten aus χ_{EN} und $\chi_{\text{ö}}$ zu bilden. Die prozentuelle Abweichung der beiden, verschiedenen Ansätze ergibt sich, durch Analyse der durch

$$f(\xi) = \left(\frac{\chi_{\text{EN}}}{\chi_{\text{ö}}} - 1 \right) \cdot 100 \quad (\text{A3.10})$$

gegebenen Funktion des Parameters ξ . Eine grafische Auswertung dieser Analyse zeigt die folgende Abbildung.

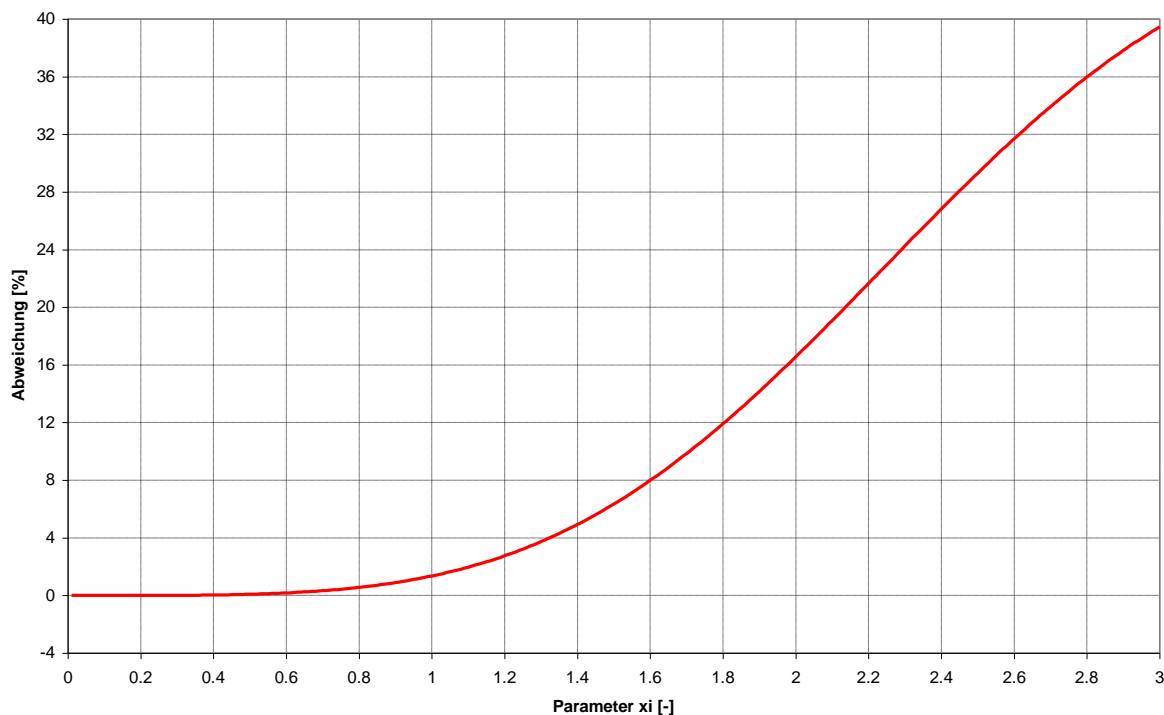


Abb. A3.1: prozentuelle Abweichung der Ergebnisse des Ansatzes gemäß Gleichung (21) der EN ISO 13786 von jenen des österreichischen Vorworts in Abhängigkeit vom Parameter ξ in Prozenten

Abbildung A3.1 zeigt, dass die beiden untersuchten Ansätze zur Berechnung der wirksamen Wärmespeicherfähigkeit von homogenen Schichten bis zu einem Wert von ca. $\xi = 0,6$ nahezu identische Ergebnisse liefern. Bei größer werdenden Werten von ξ liefert der Ansatz der EN ISO 13786 höhere Werte als der Ansatz gemäß dem österreichischem Vorwort. Diese Diskrepanz wird mit zunehmenden Werten von ξ immer größer.

Um die Auswirkung der sich ergebenden Diskrepanz im Fall einer realen, homogenen Schicht zu zeigen, werden im Folgenden die beiden Ansätze (A3.9) und (A3.10) für die Berechnung

der flächenbezogenen wirksamen Wärmekapazität einer als homogen angesetzten Schicht aus Vollziegelmauerwerk verwendet. Als Parameter dieser Untersuchung wird die Schichtdicke von 0,01 bis 1,00 Meter variiert. Die wärmetechnischen Kenngrößen werden gemäß Katalog ON V 31 [2], Katalog-Nummer 1.104.006, wie folgt festgesetzt:

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,760 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \\ c &= 0,900 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1} \\ \rho &= 1700 \text{ kgm}^{-3}\end{aligned}$$

Die folgende Abbildung zeigt das Ergebnis dieser rechnerischen Untersuchung.

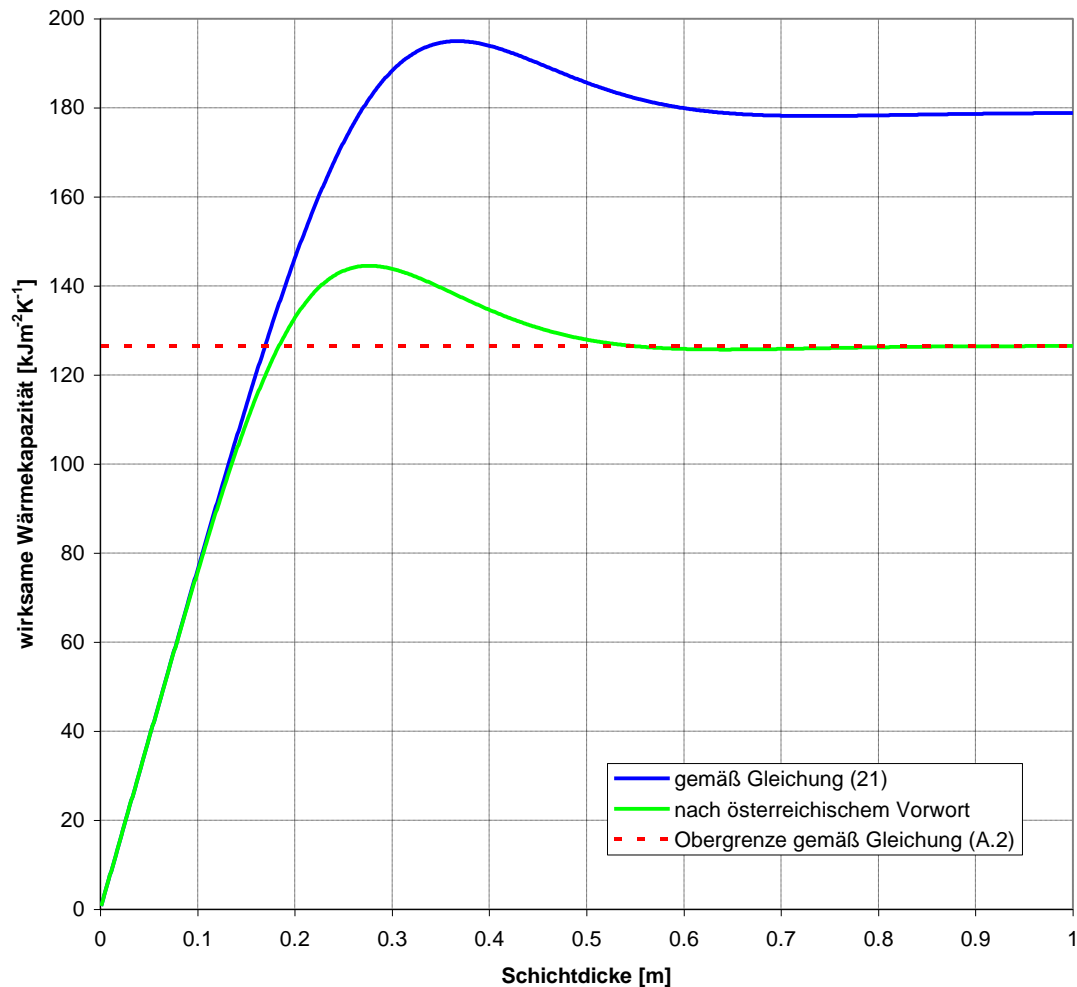


Abb. A.3.2: Vergleich der berechneten wirksamen Wärmekapazität für eine homogene Vollziegelschicht in Abhängigkeit von der Schichtdicke

Es zeigt sich, dass der im Anhang A der EN ISO 13786 angegebene Grenzwert für die flächenbezogene wirksame Wärmekapazität (Gleichung (A.2); rot gestrichelte Linie) offenbar die Asymptote der nach österreichischem Vorwort berechneten flächenbezogenen wirksamen Wärmekapazität (grüne Linie) ist, die bei Schichtdicken über ca. 0,5 m erreicht wird. Beim Ansatz gemäß Gleichung (21) der EN ISO 13786 (blaue Linie) wird der angegebene Grenzwert für große Schichtdicken erheblich überschritten. Übereinstimmung zwischen den beiden Ansätzen besteht lediglich bis zu einer Schichtdicke von ca. 14,5 cm (bei 14,5 cm liegt der nach Gleichung (21) errechnete Wert 3% über jenem nach österreichischem Vorwort errechneten Wert).

Als interessanter Nebenaspekt dieser Untersuchung ergibt sich, dass die wirksame Wärmekapazität einer homogenen Schicht in gewissen Dickenbereichen über dem Grenzwert für eine

unendlich dicke Schicht zu liegen kommt. Im betrachteten Beispiel eines Vollziegels liegt dieser Dickenbereich zwischen 18 und 55 cm.

A3.1 Literatur

- [1] ÖNorm EN ISO 13786: Wärmetechnisches Verhalten von Bauteilen – Dynamisch-thermische Kenngrößen – Berechnungsverfahren, Ausgabe: 2000-08-01 (2000)
- [2] ON V 31: Katalog für wärmeschutztechnische Rechenwerte von Baustoffen und Bauteilen, Ausgabe: 1. 12. 2001 (2001)